学力検査問題　［数学］（その１）

（2022 ー般Ⅲ ）

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

1　次の文の $\boxed{}$ の中に入れるべき適当な数または式を解答欄に記入せよ。

(1) △ABC において, 3辺 AB, BC, CA の長さが AB＝8, BC＝10, CA＝6 であるとする。このとき, cos∠CAB の値が cos∠CAB＝$\boxed{\text{ア}}$ であることから, ∠CAB の大きさは ∠CAB＝$\boxed{\text{イ}}$°と求まる。したがって, cos∠ABC, sin∠ABC の値は それぞれ cos∠ABC＝$\boxed{\text{ウ}}$, sin∠ABC＝$\boxed{\text{エ}}$ であり, △ABC の外接円の半径 R の値は R＝$\boxed{\text{オ}}$ である。また, 辺 BC の中点を M とすると, 線分 AM の長さの値は AM＝$\boxed{\text{カ}}$ である。

(2)　3つの数字 1, 2, 3 のうちの1つを a, 3つの数字 2, 3, 4 のうちの1つを b, 3つの数字 3, 4, 5 のうちの1つを c とし, a, b, c の組 (a, b, c) を作る。このとき,

（ⅰ）組 (a, b, c) は全部で $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。

（ⅱ）$a=b$ となる組 (a, b, c) は $\boxed{\text{ク}}$ 通りある。

（ⅲ）$a<c$ かつ $b<c$ となる組 (a, b, c) は $\boxed{\text{ケ}}$ 通りある。

（ⅳ）$a<b<c$ となる組 (a, b, c) は $\boxed{\text{コ}}$ 通りある。

（ⅴ）積 abc が偶数となる組 (a, b, c) は $\boxed{\text{サ}}$ 通りある。

(3)　不等式 $\log_3(x-1) \leqq \log_3(3-x)$ の解は $\boxed{\text{シ}} < x \leqq \boxed{\text{ス}}$ …… ① である。いま, ① の範囲における関数 $y=9^x-8\cdot3^x+18$ の最大値を M, 最小値を m とする。そこで, $3^x=X$ とおくと, ① のとき, X がとりうる値の範囲は $\boxed{\text{セ}} < X \leqq \boxed{\text{ソ}}$ …… ② である。さらに, y は X の2次関数を用いて $y=\boxed{\text{タ}}$ と表される。② の範囲における2次関数 $y=\boxed{\text{タ}}$ の最大値, 最小値を求めることによって, M の値が $M=\boxed{\text{チ}}$, m の値が $m=\boxed{\text{ツ}}$ と求まる。また, 関数 y が, 最大値 M をとるときの x の値は $x=\boxed{\text{テ}}$ であり, 最小値 m をとるときの x の値は $x=\log_3\boxed{\text{ト}}$ である。

(4)　数列 $\{a_n\}$ を $a_1=\dfrac{4}{3}$, $a_{n+1}=\dfrac{4}{3}a_n-\dfrac{1}{3^n}$ …… ①（$n=1, 2, 3, \cdots\cdots$）によって定める。$b_n=3^n\cdot a_n$ …… ②（$n=1, 2, 3, \cdots\cdots$）とおくとき, b_1 の値は $b_1=\boxed{\text{ナ}}$ である。自然数 n に対して, ② から $b_{n+1}=3^{n+1}\cdot a_{n+1}$ となるので, この式に ① を代入し, ② を利用して $b_{n+1}=pb_n-q$ という形に変形したときの定数 p, q の値を求めると, $p=\boxed{\text{ニ}}$, $q=\boxed{\text{ヌ}}$ である。よって, 数列 $\{b_n-1\}$ は初項 $b_1-1=\boxed{\text{ネ}}$, 公比 $\boxed{\text{ノ}}$ の等比数列である。したがって, 数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n は n を用いて $b_n=\boxed{\text{ハ}}$ と表される。ゆえに, 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は n を用いて $a_n=\left(\boxed{\text{ヒ}}\right)^{n-1}+\left(\boxed{\text{フ}}\right)^n$（ただし, $\boxed{\text{ヒ}}$, $\boxed{\text{フ}}$ は定数）と表すことができる。

学力検査問題　［数学］（その２）

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

2　x についての２つの関数 $f(x)=x-2$, $g(x)=x^2-4x+3$ がある。このとき，次の (1), (2) について，(1) は文中の $\boxed{}$ の中に入れるべき適当な数または式を，(2) は解答の過程と答えを，それぞれ解答欄に記入せよ。

(1)　不定積分 $\int f(x)\,dx$ は x を用いて $\int f(x)\,dx=\boxed{\text{ア}}+C$（ただし，$C$ は積分定数）と表される。よって，定積分 $\int_0^2 f(x)\,dx$ の値を求めると $\int_0^2 f(x)\,dx=\boxed{\text{イ}}$ である。また，定積分 $\int_0^2 g(x)\,dx$, $\int_0^2 |f(x)|\,dx$, $\int_0^1 |g(x)|\,dx$, $\int_1^2 |g(x)|\,dx$ の値を求めると，それぞれ $\int_0^2 g(x)\,dx=\boxed{\text{ウ}}$, $\int_0^2 |f(x)|\,dx=\boxed{\text{エ}}$, $\int_0^1 |g(x)|\,dx=\boxed{\text{オ}}$, $\int_1^2 |g(x)|\,dx=\boxed{\text{カ}}$ である。

(2)　定積分 $\int_0^2 |f(x)+x|\,dx$ の値を求めよ。

（以下の余白は計算用に使ってよい。）

2022 般Ⅲ

解答用紙 ［数学］

受験番号	

解答例

1

(1)	ア	0	イ	90	ウ	$\frac{4}{5}$	エ	$\frac{3}{5}$	オ	5	カ	5

(2)	キ	27	ク	6	ケ	17	コ	10	サ	23

(3)	シ	1	ス	2	セ	3	ソ	9	タ	$X^2-8X+18$
	チ	27	ツ	2	テ	2	ト	4		

(4)	ナ	4	ニ	4	ヌ	3	ネ	3	ノ	4	ハ	$3\cdot4^{n-1}+1$
	ヒ	$\frac{4}{3}$	フ	$\frac{1}{3}$								

2

(1)	ア	$\frac{1}{2}x^2-2x$	イ	-2	ウ	$\frac{2}{3}$	エ	2	オ	$\frac{4}{3}$	カ	$\frac{2}{3}$

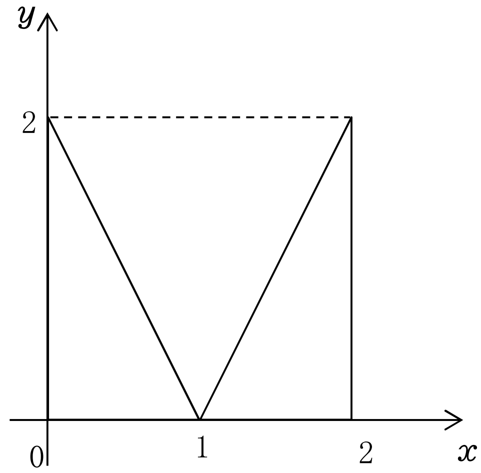
(2) 解答の過程

$f(x)+x=x-2+x=2x-2$ となる。関数 $y=|2x-2|$ は，

$0\leqq x\leqq 1$ のとき $2x-2\leqq 0$ であるから $|2x-2|=-2x+2$

$1\leqq x\leqq 2$ のとき $2x-2\geqq 0$ であるから $|2x-2|=2x-2$

よって，グラフは右の図のようになる。



したがって，求める定積分は

$$\int_0^2|f(x)+x|dx=\int_0^1(-2x+2)\,dx+\int_1^2(2x-2)\,dx$$

$$=\left[-x^2+2x\right]_0^1+\left[x^2-2x\right]_1^2$$

$$=-1+2+4-4-(1-2)=2$$

となる。 ■

答 $\int_0^2|f(x)+x|dx=2$