学力検査問題　［数学］（その１）

（2022 一般Ⅱ）

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

$\boxed{1}$　次の文の $\boxed{}$ の中に入れるべき適当な数を解答欄に記入せよ。

(1)　x の2次方程式 $4x^2+16x+9=0$ の2つの解を α，β（ただし，$\alpha<\beta$）とする。このとき，α，β の値を求めると $\alpha=\boxed{ア}$，$\beta=\boxed{イ}$ である。また，$\alpha+\beta$，$\alpha\beta$ の値が $\alpha+\beta=\boxed{ウ}$，$\alpha\beta=\boxed{エ}$ であることから $\alpha^2+\beta^2$，$\alpha^3+\beta^3$ の値が $\alpha^2+\beta^2=\boxed{オ}$，$\alpha^3+\beta^3=\boxed{カ}$ と求まる。

(2)　$2020\leqq N\leqq 2029$ を満たす自然数 N がある。このとき，N が 3 の倍数ならば，$N=\boxed{キ}$，$\boxed{ク}$，$\boxed{ケ}$（ただし，$\boxed{キ}<\boxed{ク}<\boxed{ケ}$）である。また，$N$ が 6 の倍数ならば，$N=\boxed{コ}$，$\boxed{サ}$（ただし，$\boxed{コ}<\boxed{サ}$）である。一方，N が 9 の倍数ならば，$N=\boxed{シ}$ である。ここで，$\boxed{シ}$ の正の約数の個数は全部で $\boxed{ス}$ 個である。

(3)　$\sin\alpha=\dfrac{1}{4}$，$\cos\beta=-\dfrac{\sqrt{7}}{4}$ $\left(ただし，0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}，\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi\right)$ とする。このとき，$\cos\alpha$，$\sin\beta$ の値を求めると $\cos\alpha=\boxed{セ}$，$\sin\beta=\boxed{ソ}$ である。したがって，$\sin 2\alpha$，$\cos 2\alpha$，$\sin(\alpha+\beta)$，$\cos(\alpha+\beta)$ の値を求めると，それぞれ $\sin 2\alpha=\boxed{タ}$，$\cos 2\alpha=\boxed{チ}$，$\sin(\alpha+\beta)=\boxed{ツ}$，$\cos(\alpha+\beta)=\boxed{テ}$ である。

(4)　平面上の3つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ について，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=|\vec{a}+\vec{b}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{c}=0$ かつ $\vec{b}\cdot\vec{c}>0$ が成り立つとする。このとき，$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})$ の値が $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=\boxed{ト}$ であることから，$\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値を求めると $\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{ナ}$ である。$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ（ただし，$0^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ$）とすると，$\theta$ の値は $\theta=\boxed{ニ}^\circ$ である。また，$|\vec{a}+2\vec{b}|$ の値は $|\vec{a}+2\vec{b}|=\boxed{ヌ}$ と求まる。いま，$\vec{c}=s\vec{a}+t\vec{b}$（ただし，$s$，$t$ は実数の定数）とおくとき，s，t の値は $s=\boxed{ネ}$，$t=\boxed{ノ}$ である。

学力検査問題　［数学］（その２）

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

$\boxed{2}$　x, y に関する次の不等式 ① と等式 ② がある。

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1)+\log_2 y<\log_2(x-2+y) \cdots\cdots ①$$

$$\log_4(x-2)+\log_2 y=\log_2(x-2)+\log_4 y+1 \cdots\cdots ②$$

このとき，下の (1), (2) について，(1) は文中の $\boxed{}$ の中に入れるべき適当な数または式を，(2) は解答の過程と答えを，それぞれ解答欄に記入せよ。

(1)　まず，不等式 ① だけが成り立つとする。$\log_2\sqrt{2}$ の値が $\boxed{ア}$ となることから，$\log_{\sqrt{2}}(x-1)$ は $\log_2\boxed{イ}$（ただし，$\boxed{イ}$ は x の２次式）と変形できる。よって，不等式 ① は $\log_2\boxed{ウ}<\log_2(x-2+y)$（ただし，$\boxed{ウ}$ は x, y の式）と変形できるので，不等式 $\boxed{ウ}<x-2+y$ が成り立ち，さらに，x, y のそれぞれがとりうる値の範囲として $x>\boxed{エ}$，$y>\boxed{オ}$ が成り立つ。

　次に，等式 ② だけが成り立つとする。② の左辺は $\log_4\boxed{カ}$（ただし，$\boxed{カ}$ は x, y の式）と，また，② の右辺は $\log_4\boxed{キ}$（ただし，$\boxed{キ}$ は x, y の式）と変形できる。ゆえに，y は x についての１次式として $y=\boxed{ク}$ と表され，さらに，x, y のそれぞれがとりうる値の範囲として $x>\boxed{ケ}$，$y>\boxed{オ}$ が成り立つ。

(2)　座標平面上で，点 P(x, y) が不等式 ① と等式 ② を同時に満たすとき，点 P の x 座標がとりうる値の範囲を求めよ。ただし，解答の過程に関して，(1) で求めた結果は そのまま用いてよい。

（ 以下の余白は計算用に使ってよい。）

2022
般Ⅱ

解答用紙 ［数学］

受験番号	

解答例

1

(1)	ア	$\frac{-4-\sqrt{7}}{2}$	イ	$\frac{-4+\sqrt{7}}{2}$	ウ	-4	エ	$\frac{9}{4}$	オ	$\frac{23}{2}$	カ	-37

(2)	キ	2022	ク	2025	ケ	2028	コ	2022	サ	2028
	シ	2025	ス	15						

(3)	セ	$\frac{\sqrt{15}}{4}$	ソ	$\frac{3}{4}$	タ	$\frac{\sqrt{15}}{8}$	チ	$\frac{7}{8}$	ツ	$\frac{3\sqrt{15}-\sqrt{7}}{16}$	テ	$-\frac{\sqrt{105}+3}{16}$

(4)	ト	1	ナ	$-\frac{1}{2}$	ニ	120	ヌ	$\sqrt{3}$	ネ	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	ノ	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

2

(1)	ア	$\frac{1}{2}$	イ	$(x-1)^2$	ウ	$(x-1)^2y$	エ	1	オ	0
	カ	$(x-2)y^2$	キ	$4(x-2)^2y$	ク	$4(x-2)$	ケ	2		

(2) 解答の過程

(1) で求めた結果から,

$(x-1)^2y < x-2+y$ …… ①, $x>1$ …… ②, $y>0$ …… ③, $y=4(x-2)$ …… ④ かつ $x>2$ …… ⑤

⑤ のとき ② が成り立ち, また, ④ から $y=4(x-2)>0$ なので, ③ も成り立つ。よって,

$(x-1)^2y < x-2+y$ …… ①, $y=4(x-2)$ …… ④ かつ $x>2$ …… ⑤

④ を ① に代入すると,

$$(x-1)^2\cdot 4(x-2) < x-2+4(x-2) \iff 4(x-2)(x-1)^2 < 5(x-2)$$

$$\iff (x-1)^2 < \frac{5}{4} \iff -\sqrt{\frac{5}{4}} < x-1 < \sqrt{\frac{5}{4}} \iff 1-\frac{\sqrt{5}}{2} < x < 1+\frac{\sqrt{5}}{2} \text{ …… ⑥}$$

〔∵ ⑤ から $x-2>0$〕

$2<\sqrt{5}$ なので, $1<\frac{\sqrt{5}}{2}$ であり, $1-\frac{\sqrt{5}}{2}<0$ かつ $2<1+\frac{\sqrt{5}}{2}$ である。

したがって, ⑤ かつ ⑥ から, 点 P の x 座標がとりうる値の範囲は $2<x<1+\frac{\sqrt{5}}{2}$ である。 ■

答 $2<x<1+\frac{\sqrt{5}}{2}$