

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

1 次の文の の中に入れるべき適当な数または式を解答欄に記入せよ。

(1) 座標平面上で、2次関数 $y = -2x^2 + 12x - 3a$ のグラフが x 軸と共有点をもたないとき、定数 a のとりうる値の範囲は a の不等式で と表される。また、関数 $y = -2x^2 + 12x - 3a$ ($1 \leq x \leq 4$) は $x =$ で最大値 , $x =$ で最小値 (ただし、 , は a を用いた式) をとる。一方、2次関数 $y = -2x^2 + 12x - 3a$ のグラフと直線 $y = 4x - 7$ がただ1つの共有点をもつとき、定数 a の値は $a =$ である。

(2) 青玉3個と赤玉1個が入っている袋から玉を1個取り出すとき、取り出した玉が赤玉である確率の値は である。いま、青玉と赤玉が入っている袋の中から玉を1個取り出し、取り出した玉が青玉の場合、それを袋の中に戻さずに赤玉1個を袋の中に加えて、また、取り出した玉が赤玉の場合、それを袋の中に戻すとともに別の赤玉1個も袋の中に加えることを1回の手順とする。袋の中に青玉3個と赤玉1個が入っている状態から開始して、この手順を3回繰り返すとき、次の(i)～(iv)の確率(ただし、既約分数で表した確率)が求まる。

- (i) 3回の手順中で取り出した玉が1回も赤玉でない確率の値は である。
- (ii) 3回の手順中で取り出した玉がすべて赤玉である確率の値は である。
- (iii) 3回の手順中で1回目だけ、取り出した玉が赤玉である確率の値は である。
- (iv) 3回の手順が終わった後の袋の中の青玉が1個だけである確率の値は である。

(3) $10^a = 75$, $10^b = \frac{9}{5}$ とする。このとき、 $a = \log_{10}$ であるから、 $\log_{10} 5 = x$, $\log_{10} 3 = y$ とおくとき、 a は x , y を用いた式で $a =$ と表される。また、 b は x , y を用いた式で $b =$ と表される。したがって、 x , y は a , b を用いた式でそれぞれ $x =$, $y =$ と表される。ここで、 $10^c = \frac{20}{27}$ とすると、 c は a , b を用いた式で $c =$ と表すことができる。

(4) 初項4、公差3の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は n を用いて $a_n =$ と表され、 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は n を用いて $S_n =$ と表される。次に、数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \frac{1}{a_n(a_n + 3)}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定める。このとき、 $b_n =$ $\left(\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_n + 3} \right)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つ。したがって、 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とすると、 T_2 の値は $T_2 =$ であり、 T_n は n を用いて $T_n =$ と表される。

学力検査問題 [数学Ⅰ・Ⅱ・A・B] (その2) (2023一般ⅠB)

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

2 x の2次関数 $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ がある。このとき、次の(1)、(2)について、(1)は文中の の中に入るべき適当な数または式を、(2)は解答の過程と答えを、それぞれ解答欄に記入せよ。

(1) 関数 $F(x) = \int_1^x f(t) dt$ は x の3次式として $F(x) = \text{ア}$ と表される。よって、 $F(x)$ は $x = \text{イ}$ で極大値 ウ をとり、 $x = \text{エ}$ で極小値 オ をとる。座標平面上で、放物線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を S とするとき、 S の値は $S = \text{カ}$ である。また、放物線 $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線の方程式は $y = (\text{キ})x - (\text{ク})$ (ただし、 キ ク は定数 a を用いた式) と表される。

(2) 放物線 $y = f(x)$ に点 $(0, -4)$ から引いた2本の接線と、放物線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積を T とするとき、 T の値を求めよ。ただし、解答の過程に関して、(1)で求めた結果はそのまま用いてよい。

(以下の余白は計算用に使ってよい。)

(1)

ア

イ

ウ

I

才

力

(2)

≠

ク

ケ

3

サ

(3)

シ

ス

セ

ソ

夕

于

(4)

ツ

テ

ト

ナ

二

(1)

ア

イ

ウ

I

才

力

≠

ク

解

答

(2)

の

過

程

答

$$T =$$

受 験 番 号	
------------	--

解 答 例

1	(1)	ア	$a > 6$	イ	3	ウ	$18 - 3a$	エ	1	オ	$10 - 3a$	カ	5
	(2)	キ	$\frac{1}{4}$	ク	$\frac{3}{32}$	ケ	$\frac{1}{20}$	コ	$\frac{3}{50}$	サ	$\frac{393}{800}$		
	(3)	シ	75	ス	$2x + y$	セ	$2y - x$	ソ	$\frac{2a - b}{5}$	タ	$\frac{a + 2b}{5}$		
		チ	$2 - a - b$										
	(4)	ツ	$3n + 1$	テ	$\frac{n(3n + 5)}{2}$	ト	3	ナ	$\frac{1}{20}$	ニ	$\frac{n}{4(3n + 4)}$		

2	(1)	ア	$x^3 - x^2 - x + 1$	イ	$-\frac{1}{3}$	ウ	$\frac{32}{27}$	エ	1	オ	0
		カ	$\frac{32}{27}$	キ	$6a - 2$	ク	$3a^2 + 1$				

放物線 $y = f(x)$ に点 $(0, -4)$ から引いた接線と $y = f(x)$ との接点の座標を $(a, f(a))$ とすると、(1) で求めた接線の方程式 $y = (6a - 2)x - (3a^2 + 1)$ が点 $(0, -4)$ を通るとき、定数 a を求めればよい。

$-4 = -(3a^2 + 1) \Leftrightarrow 3a^2 = 3 \Leftrightarrow a^2 = 1 \Leftrightarrow a = -1, 1$

$a = -1$ のとき、接点の座標は $(-1, f(-1)) = (-1, 3 + 2 - 1) = (-1, 4)$ 、接線の方程式は

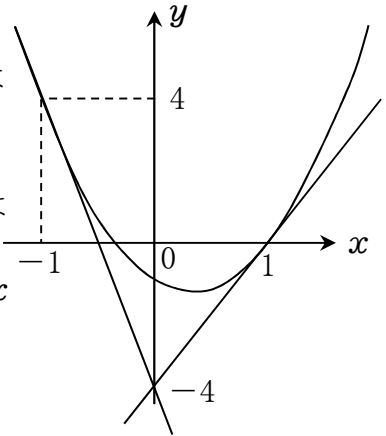
$y = (-6 - 2)x - (3 + 1) \Leftrightarrow y = -8x - 4 \cdots \cdots \text{①}$

$a = 1$ のとき、接点の座標は $(1, f(1)) = (1, 3 - 2 - 1) = (1, 0)$ 、接線の方程式は

$y = (6 - 2)x - (3 + 1) \Leftrightarrow y = 4x - 4 \cdots \cdots \text{②}$

よって、放物線 $y = f(x)$ と2本の接線 ①, ② は右の図のようになり、求める面積 T は

$$\begin{aligned} T &= \int_{-1}^0 \{(3x^2 - 2x - 1) + 8x + 4\} dx + \int_0^1 \{(3x^2 - 2x - 1) - 4x + 4\} dx \\ &= \int_{-1}^0 (3x^2 + 6x + 3) dx + \int_0^1 (3x^2 - 6x + 3) dx \\ &= \left[x^3 + 3x^2 + 3x \right]_{-1}^0 + \left[x^3 - 3x^2 + 3x \right]_0^1 \\ &= -(-1 + 3 - 3) + (1 - 3 + 3) = 1 + 1 = 2 \quad \blacksquare \end{aligned}$$



答	$T = 2$
---	---------

