学力検査問題　［数学Ⅰ・Ⅱ・A・B］（その１）

（2023－一般Ⅲ）

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

$\boxed{1}$　次の文の $\boxed{}$ の中に入れるべき適当な数または式を解答欄に記入せよ。

(1)　△ABC において，3辺 AB，BC，CA の長さが AB＝3，BC＝6，CA＝$3\sqrt{5}$ であるとする。いま，∠A，∠B，∠C の大きさをそれぞれ A，B，C とする。このとき，$\cos B$ の値は $\cos B=\boxed{\text{ア}}$ となるので，$\sin A$，$\cos C$ の値を求めると $\sin A=\boxed{\text{イ}}$，$\cos C=\boxed{\text{ウ}}$ である。また，$\sin(90^\circ-A)$，$\sin(180^\circ-A)$，$\sin(90^\circ+A)$ の値を求めると，それぞれ $\sin(90^\circ-A)=\boxed{\text{エ}}$，$\sin(180^\circ-A)=\boxed{\text{オ}}$，$\sin(90^\circ+A)=\boxed{\text{カ}}$ である。

(2)　次の（ⅰ）～（ⅴ）のようにしてつくられる自然数について，それぞれ異なる自然数の個数を求めることができる。

（ⅰ）3個の数字 1，2，3 をそれぞれ1個ずつ使ってつくられる3桁（けた）の自然数の個数は $\boxed{\text{キ}}$ 個である。

（ⅱ）数字 1 を3個と，数字 2 を1個使ってつくられる4桁の自然数の個数は $\boxed{\text{ク}}$ 個である。

（ⅲ）2個の数字 1，2 をそれぞれ2個ずつ使ってつくられる4桁の自然数の個数は $\boxed{\text{ケ}}$ 個である。

（ⅳ）3個の数字 1，2，3 をそれぞれ2個ずつ使ってつくられる6桁の自然数の個数は $\boxed{\text{コ}}$ 個である。

（ⅴ）3個の数字 1，2，3 をそれぞれ2個ずつ使ってつくられる6桁の偶数の個数は $\boxed{\text{サ}}$ 個である。

(3)　座標平面上で，点 A(0，4) を通り，傾き 2 の直線を ℓ とする。また，点 A を通り，直線 ℓ に垂直な直線を m とする。このとき，2直線 ℓ，m の方程式は $\ell : y=\boxed{\text{シ}}$，$m : y=\boxed{\text{ス}}$ である。直線 m 上の点 P の x 座標を p（ただし，$p>0$）とする。点 P と直線 ℓ の距離が $\sqrt{5}$ であるときの p の値は $p=\boxed{\text{セ}}$ である。一方，点 P を中心とする円 C が，直線 ℓ および x 軸の両方に接するときの p の値は $p=\boxed{\text{ソ}}$ であり，そのときの円 C の半径 r の値は $r=\boxed{\text{タ}}$ である。

(4)　平行四辺形 ABCD の辺 BC を 3：1 に内分する点を E，辺 CD を 1：4 に外分する点を F とし，また，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{d}$ とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ は $\vec{b}$，$\vec{d}$ を用いて $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\boxed{\text{チ}}$ と表されるので，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{b}+s\vec{d}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=t\vec{b}+\vec{d}$ を満たす定数 s，t の値を求めると $s=\boxed{\text{ツ}}$，$t=\boxed{\text{テ}}$ である。したがって，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=u\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ を満たす定数 u の値が $u=\boxed{\text{ト}}$ と求まる。ゆえに，点 F は線分 AE を $\boxed{\text{ナ}}$：1 の比に外分する点である。

学力検査問題　［数学Ⅰ・Ⅱ・A・B］（その２）

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

$\boxed{2}$　数列 $\{a_n\}$ は初項 $a_1=5$, 公差 d の等差数列とし, 数列 $\{b_n\}$ は初項 $b_1=1$, 公比 r（ただし, $r\neq1$）の等比数列とする。また, 数列 $\{c_n\}$ を $c_n=a_n-b_n$（$n=1, 2, 3, \cdots\cdots$）によって定める。このとき, 次の (1), (2) について, (1) は文中の $\boxed{}$ の中に入れるべき適当な数または式を, (2) は解答の過程と答えを, それぞれ解答欄に記入せよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は d, n を用いて $a_n=\boxed{\text{ア}}$ と表され, 数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n は r, n を用いて $b_n=\boxed{\text{イ}}$ と表される。いま, $a_2=6b_2$ が成り立つとき, d は r を用いて $d=\boxed{\text{ウ}}$ と表される。したがって, $a_2=6b_2$ かつ $a_3=7b_3$ が成り立つとき, r, d の値が それぞれ $r=\boxed{\text{エ}}$, $d=\boxed{\text{オ}}$ と求まることから, 数列 $\{c_n\}$ の一般項 c_n は n を用いて $c_n=\boxed{\text{エ}}\cdot\left\{\boxed{\text{カ}}\right\}$ と表される。

(2) $a_2=6b_2$ かつ $a_3=7b_3$ が成り立つとき, 数列 $\{c_n\}$ において最初に負の値をとる項が第 n 項であるとする。このとき, 自然数 n の値を求めよ。ただし, 解答の過程に関して, (1) で求めた結果は そのまま用いてよい。

（ 以下の余白は計算用に使ってよい。）

2023
般Ⅲ

解答用紙［数学Ⅰ・Ⅱ・A・B］

受験番号	

1

(1)	ア		イ		ウ		エ		オ		カ	
(2)	キ		ク		ケ		コ		サ			
(3)	シ		ス		セ		ソ		タ			
(4)	チ		ツ		テ		ト		ナ			

2

(1)	ア		イ		ウ		エ		オ	
	カ									

(2)	解答の過程	
	答	$n =$

解答用紙［数学Ⅰ・Ⅱ・A・B］

2023 般Ⅲ

受験番号	

解答例

1

(1)	ア	0	イ	$\frac{2\sqrt{5}}{5}$	ウ	$\frac{2\sqrt{5}}{5}$	エ	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	オ	$\frac{2\sqrt{5}}{5}$	カ	$\frac{\sqrt{5}}{5}$

(2)	キ	6	ク	4	ケ	6	コ	90	サ	30

(3)	シ	$2x+4$	ス	$-\frac{1}{2}x+4$	セ	2	ソ	$2\left(\sqrt{5}-1\right)$	タ	$5-\sqrt{5}$

(4)	チ	$\vec{b}+\vec{d}$	ツ	$\frac{3}{4}$	テ	$\frac{4}{3}$	ト	$\frac{4}{3}$	ナ	4

2

(1)	ア	$5+(n-1)d$	イ	r^{n-1}	ウ	$6r-5$	エ	$\frac{5}{7}$	オ	$-\frac{5}{7}$
	カ	$8-n-\left(\frac{5}{7}\right)^{n-2}$								

(2) 解答の過程

(1) で求めた結果から，$c_n=\frac{5}{7}\left\{8-n-\left(\frac{5}{7}\right)^{n-2}\right\}$ なので，

$$c_n<0 \iff 8-n-\left(\frac{5}{7}\right)^{n-2}<0 \iff 8-n<\left(\frac{5}{7}\right)^{n-2} \quad \cdots\cdots ③$$

$n=1$ のとき，$8-n=7$，$\left(\frac{5}{7}\right)^{n-2}=\left(\frac{5}{7}\right)^{-1}=\frac{7}{5}$ なので，③ は不成立。

$n=2$ のとき，$8-n=6$，$\left(\frac{5}{7}\right)^{n-2}=\left(\frac{5}{7}\right)^{0}=1$ なので，③ は不成立。

$3\leqq n\leqq 7$ のとき，$8-n\geqq 1$ であり，$\frac{5}{7}<1$ かつ $1\leqq n-2$ により $\left(\frac{5}{7}\right)^{n-2}<1$ なので，③ は不成立。

$n=8$ のとき，$8-n=0$，$\left(\frac{5}{7}\right)^{n-2}=\left(\frac{5}{7}\right)^{6}>0$ なので，③ が成立する。

ゆえに，数列 $\{c_n\}$ において最初に負の値をとる項は第 8 項である。 ■

答　$n=8$