

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

1 次の文の の中に入れるべき適当な数を解答欄に記入せよ。

(1) $x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}$, $y = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$ とする。このとき、式 $x + y$, $x - y$, xy , $x^2 + y^2$ を計算してその値を求めると、 $x + y = \text{ア}$, $x - y = \text{イ}$, $xy = \text{ウ}$, $x^2 + y^2 = \text{エ}$ である。また、 $z = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$ とするとき、式 z を計算してその値を求めると $z = \text{オ}$ である。

(2) 10 個の自然数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 がある。この 10 個の自然数から、互いに異なる 3 つの自然数を選ぶとき、その選び方は全部で 通りある。そのうちで、次の (i) ~ (iv) の場合の数を求めることができる。

(i) 選んだ 3 つの数のうち、2 個が偶数で、1 個が奇数である選び方は 通りである。

(ii) 選んだ 3 つの数のうち、1 個が 3 の倍数で、2 個が 3 の倍数以外の偶数である選び方は 通りである。

(iii) 選んだ 3 つの数の積が偶数となる選び方は 通りである。

(iv) 選んだ 3 つの数の積が 6 の倍数となる選び方は 通りである。

(3) O を原点とする座標平面上に、6 点 $A(\sqrt{3}, -3)$, $B(\sqrt{3}, 1)$, $C(-2, 2\sqrt{3})$, $D(s, t)$, $P(0, u)$, $Q(v, 0)$ (ただし、 s, t, u, v は定数) がある。点 O に関する 4 点 A, B, C, D の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ とする。 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{b}|$, $|\vec{c}|$ の値を求めると $\vec{a} \cdot \vec{b} = \text{サ}$, $|\vec{b}| = \text{シ}$, $|\vec{c}| = \text{ス}$ である。いま、 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{d} = \vec{0}$ が成り立つとする。このとき、定数 s, t の値は $s = \text{セ}$, $t = \text{ソ}$ と求まる。さらに、 $\triangle ABD$ と $\triangle PQC$ の重心の座標が一致するとき、定数 u, v の値を求めると $u = \text{タ}$, $v = \text{チ}$ である。

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

- 2 不等式 $|x-1| \leq \frac{1}{2}$ …… ① の解の範囲を定義域とする関数 $y = 9^x - 7 \cdot 3^x + 13$ がある。このとき、次の (1), (2) について、(1) は文中の の中に入れるべき適当な数または式を、(2) は解答の過程と答えを、それぞれ解答欄に記入せよ。

- (1) 不等式 ① の解を求めると $\text{ア} \leq x \leq \text{イ}$ …… ② である。いま、 $3^x = t$ とおくとき、 9^x は t の式で $9^x = \text{ウ}$ と表されるので、 y を t の式で表して整理すると $y = (t - \text{エ})^2 + \text{オ}$ (ただし、 エ , オ は定数) である。② から t のとりうる値の範囲は $\text{カ} \leq t \leq \text{キ}$ (ただし、 カ , キ は根号を用いた数) と求まる。したがって、 y は $t = \text{ク}$ で最小値 ケ をとり、そのときの x の値を求めると $x = \log_3 \text{コ}$ である。

- (2) 関数 y が最大値をとるときの x の値と、そのときの y の最大値を求めよ。ただし、解答の過程に関して、(1) で求めた結果はそのまま用いてよい。

(以下の余白は計算用に使ってよい。)

受 番	験 号	
--------	--------	--

1

(1)	ア		イ		ウ		エ		オ	
(2)	カ		キ		ク		ケ		コ	
(3)	サ		シ		ス		セ		ソ	
	タ		チ							

2

(1)	ア		イ		ウ		エ		オ	
	カ		キ		ク		ケ		コ	
(2)	解 答 の 過 程									
	答	x の値は				y の最大値は				

受 番	験 号	
--------	--------	--

解 答 例

1

(1)	ア	2	イ	$\sqrt{3}-\sqrt{5}$	ウ	$\frac{-2+\sqrt{15}}{2}$	エ	$6-\sqrt{15}$	オ	$\frac{-2+\sqrt{15}}{4}$
(2)	カ	120	キ	50	ク	18	ケ	110	コ	76
(3)	サ	0	シ	2	ス	4	セ	$-2\sqrt{3}$	ソ	2
	タ	$-2\sqrt{3}$	チ	2						

2

(1)	ア	$\frac{1}{2}$	イ	$\frac{3}{2}$	ウ	t^2	エ	$\frac{7}{2}$	オ	$\frac{3}{4}$
	カ	$\sqrt{3}$	キ	$3\sqrt{3}$	ク	$\frac{7}{2}$	ケ	$\frac{3}{4}$	コ	$\frac{7}{2}$

(2)	解 答 の 過 程	(1)で求めた結果から、$y = \left(t - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \quad (\sqrt{3} \leq t = 3^x \leq 3\sqrt{3})$ $\sqrt{3} < \frac{7}{2} < 3\sqrt{3}$ であるが、$\left(3\sqrt{3} - \frac{7}{2}\right) - \left(\frac{7}{2} - \sqrt{3}\right) = 4\sqrt{3} - 7 = \sqrt{16 \times 3} - \sqrt{49} = \sqrt{48} - \sqrt{49} < 0$ よって、$3\sqrt{3} - \frac{7}{2} < \frac{7}{2} - \sqrt{3}$ となり、$\frac{7}{2}$ は $\sqrt{3}$ よりも $3\sqrt{3}$ の方に近い。 ゆえに、$y = t^2 - 7t + 13$ は $t = \sqrt{3}$ で最大値 $y = 3 - 7\sqrt{3} + 13 = 16 - 7\sqrt{3}$ をとる。そのとき、$3^x = \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$ になるので、$x = \frac{1}{2}$ を得る。 ■								
		答	x の値は $x = \frac{1}{2}$				y の最大値は $16 - 7\sqrt{3}$			