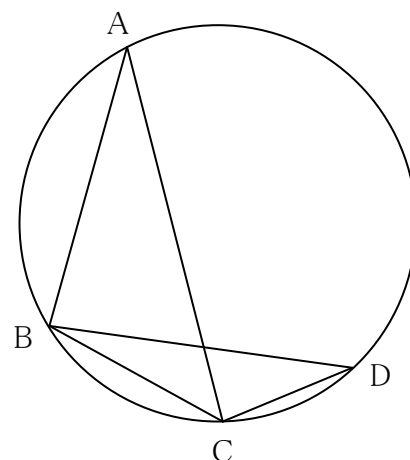


解答はすべて解答用紙に記入せよ。

1 次の文の の中に入れるべき適当な数または式を解答欄に記入せよ。

(1) 右の図のように、円に内接する $\triangle ABC$ と円周上にある点 D において、辺 BC と線分 CD の長さが $BC = 7$, $CD = 3\sqrt{3}$ であり、 $\angle ABC$ と $\angle ACB$ の大きさが $\angle ABC = 105^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$ であるものとする。このとき、 $\angle BAC$ の大きさを求めると $\angle BAC = \text{ア}$ $^\circ$ である。したがって、正弦定理から辺 AB の長さと $\triangle ABC$ の外接円の半径 R の値を求めると $AB = \text{イ}$, $R = \text{ウ}$ である。また、 $\angle BDC$ の大きさは $\angle BDC = \text{エ}$ $^\circ$ と求まるので、線分 BD の長さを求めると $BD = \text{オ}$ である。



(2) 42, 150 を素因数分解した結果は、 $42 = \text{カ} \cdot \text{キ} \cdot \text{ク}$ (ただし、 $\text{カ} < \text{キ} < \text{ク}$), $150 = \text{カ} \cdot \text{キ} \cdot 5^2$ である。よって、42 と 150 の最大公約数の値は ケ である。また、759 と 322 の最大公約数をユークリッドの互除法を用いて求める。 $759 = 322 \cdot \text{コ} + \text{サ}$ (ただし、 コ , サ は $\text{サ} < 322$ を満たす自然数) であり、さらに、 $322 = \text{サ} \cdot \text{シ} + \text{ス}$ (ただし、 シ , ス は $\text{ス} < \text{サ}$ を満たす自然数) である。このように計算してゆくと、759 と 322 の最大公約数の値は セ と求まる。

(3) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 0$, $a_n = 3a_{n-1} + 2n - 3 \cdots \cdots \text{①}$ ($n = 2, 3, 4, \cdots$) によって定め、さらに、数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$) によって定めるとき、 a_2 , b_1 の値を求めると $a_2 = \text{ソ}$, $b_1 = \text{タ}$ である。 $n \geq 2$ のとき、① から $a_{n+1} = 3a_n + 2(n+1) - 3 \cdots \cdots \text{②}$ が成り立つ。よって、①, ② を $b_n = a_{n+1} - a_n$ に代入して整理すると、 b_n と b_{n-1} の間に関係式 $b_n + \text{チ} = \text{ツ} (b_{n-1} + \text{チ})$ (ただし、 チ , ツ は定数) が成り立つ。したがって、数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n は n を用いて $b_n = \text{テ}$ と表される。ゆえに、数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は n を用いて $a_n = \text{ト}$ と表すことができる。

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

2 p, q, r は $p \neq 0$ を満たす定数とする。関数 $f(x) = \frac{1}{3}px^3 + qx^2 + rx$ は $x = a, b$ (ただし, a, b は $a \neq b$ を満たす定数) で極値をとるものとする。また, 座標平面上の2点 $A(a, f(a)), B(b, f(b))$ を通る直線の傾きを m とする。このとき, 次の (1), (2) について, (1) は文中の の中に入れるべき適当な式を, (2) は解答の過程と答えを, それぞれ解答欄に記入せよ。

(1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ の式は p, q, r, x を用いて $f'(x) = \text{ア}$ と表される。また, p, q, r の間には不等式 $q^2 > \text{イ}$ (ただし, イ は p, r を用いた式) が成り立つ。さらに, $a + b, ab, a^2 + ab + b^2$ は p, q, r を用いて $a + b = \text{ウ}$, $ab = \text{エ}$, $a^2 + ab + b^2 = \text{オ}$ と表される。ゆえに, m は p, q, r を用いて $m = \text{カ}$ と表すことができる。

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $C(c, f(c))$ における接線の傾きが $\frac{3}{2}m$ に等しいとき, 定数 c を a, b を用いて表せ。
ただし, 解答の過程に関して, (1) で求めた結果はそのまま用いてよい。

(以下の余白は計算用に使ってよい。)

受 番	験 号	
--------	--------	--

1

(1)	ア		イ		ウ		エ		オ	
-----	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--

(2)	カ		キ		ク		ケ			
	コ		サ		シ		ス		セ	

(3)	ソ		タ		チ		ツ		テ		ト	
-----	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--

2

(1)	ア		イ		ウ		エ		オ	
	カ									

(2)	解 答 の 過 程											
		答	c =									

受 験 番 号	
------------	--

解 答 例

1

(1)	ア	30	イ	$7\sqrt{2}$	ウ	7	エ	30	オ	11
-----	---	----	---	-------------	---	---	---	----	---	----

(2)	カ	2	キ	3	ク	7	ケ	6		
	コ	2	サ	115	シ	2	ス	92	セ	23

(3)	ソ	1	タ	1	チ	1	ツ	3	テ	$2 \cdot 3^{n-1} - 1$	ト	$3^{n-1} - n$
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------------	---	---------------

2

(1)	ア	$px^2 + 2qx + r$	イ	pr	ウ	$-\frac{2q}{p}$	エ	$\frac{r}{p}$	オ	$\frac{4q^2}{p^2} - \frac{r}{p}$
	カ	$\frac{2}{3} \left(-\frac{q^2}{p} + r \right)$								

(2)	解 答 の 過 程	(1)で求めた結果から、$f'(x) = px^2 + 2qx + r$ であり、$m = \frac{2}{3} \left(-\frac{q^2}{p} + r \right)$ である。 よって、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $C(c, f(c))$ における接線の傾きは $f'(c) = pc^2 + 2qc + r$ である。 また、$\frac{3}{2}m = \frac{3}{2} \cdot \left\{ \frac{2}{3} \left(-\frac{q^2}{p} + r \right) \right\} = -\frac{q^2}{p} + r$ なので、$f'(c) = \frac{3}{2}m$ であることから、 $pc^2 + 2qc + r = -\frac{q^2}{p} + r \Leftrightarrow pc^2 + 2qc + \frac{q^2}{p} = 0 \Leftrightarrow c^2 + \frac{2q}{p}c + \frac{q^2}{p^2} = 0$ $\Leftrightarrow \left(c + \frac{q}{p} \right)^2 - \frac{q^2}{p^2} + \frac{q^2}{p^2} = 0 \Leftrightarrow \left(c + \frac{q}{p} \right)^2 = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{q}{p}$ 一方、(1)で求めた結果から、$a + b = -\frac{2q}{p}$ なので、$c = -\frac{q}{p} = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2q}{p} \right) = \frac{a + b}{2}$ を得る。 ■
		答