数　学　［問題その１］

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

1　次の文の $\boxed{}$ の中に入れるべき適当な数または式を解答欄に記入せよ。

(1) $x=2-\sqrt{3}$, $y=2+\sqrt{3}$, $z=-2$ とする。このとき, 4つの式 $x+y+z$, xyz, $xy+yz+zx$, $x^2+y^2+z^2$ の値を求めると, $x+y+z=\boxed{ア}$, $xyz=\boxed{イ}$, $xy+yz+zx=\boxed{ウ}$, $x^2+y^2+z^2=\boxed{エ}$ である。また, $(x+y+z)(x^2+y^2+z^2)$ を展開することにより, 等式

$$(x+y+z)(x^2+y^2+z^2)=x^3+y^3+z^3+xy(\boxed{オ})+yz(y+z)+zx(z+x)$$

（ただし, $\boxed{オ}$ は x, y を用いた式）が成り立つ。したがって, この等式を用いて 式 $x^3+y^3+z^3$ の値を求めると, $x^3+y^3+z^3=\boxed{カ}$ である。

(2) 2つの整数 p, q について, p を 3 で割ったときの余りが 1 であり, q を 3 で割ったときの余りが 2 であるとする。このとき, p は整数 m を用いて $p=3m+\boxed{キ}$ （ただし, $0\leqq\boxed{キ}<3$）と表される。また, q は整数 n を用いて $q=3n+\boxed{ク}$ （ただし, $0\leqq\boxed{ク}<3$）と表される。したがって, p^2 を 3 で割ったときの余りは $\boxed{ケ}$ であり, q^2 を 3 で割ったときの余りは $\boxed{コ}$ である。ここで, $p^2=q^2$ が成り立つとき, p は q を用いて $p=\boxed{サ}$ と表されるので, m は n を用いて $m=\boxed{シ}$ と表される。

(3) x の関数 $f(x)=2\sin 3x$ （ただし, x の単位はラジアン）について, その周期の値を求めると $\boxed{ス}$ である。また, $f(x)$ の最大値を M, 最小値を m とすると, M, m の値は $M=\boxed{セ}$, $m=\boxed{ソ}$ である。一方, 方程式 $f(x)=\sqrt{2}$ の解 x について, 正の値の解 x の中で最小なものは $x=\boxed{タ}$ であり, 負の値の解 x の中で最大なものは $x=\boxed{チ}$ である。

(4) $x>0$ のとき, $\log_3 x=t$, $\log_3 x^{\frac{1}{2}}=u$, $\log_9 x^3=v$, $\log_{\frac{1}{3}} x=w$ とおくと, u, v, w は t の1次式を用いて, それぞれ $u=\boxed{ツ}$, $v=\boxed{テ}$, $w=\boxed{ト}$ と表される。このとき, t の2次方程式 $t^2=u+v+w+2$ の解は $t=\boxed{ナ}$, $\boxed{ニ}$ （ただし, $\boxed{ナ}<\boxed{ニ}$）である。したがって, x の値を求めると, $t=\boxed{ナ}$ のとき $x=\boxed{ヌ}$ であり, $t=\boxed{ニ}$ のとき $x=\boxed{ネ}$ である。

(5) 座標平面上に, 4点 A$(2, 5)$, B$(-2, 1)$, C$(3, -6)$, D$(p, -4)$（ただし, p は定数）がある。このとき, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の成分表示は $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(\boxed{ノ}, \boxed{ハ})$ である。よって, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ が平行になるときの p の値は $p=\boxed{ヒ}$ と求まり, また, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ が垂直になるときの p の値は $p=\boxed{フ}$ と求まる。このことから, 2点 $\mathrm{D}_1(\boxed{ヒ}, -4)$, $\mathrm{D}_2(\boxed{フ}, -4)$ に対して, 内積 $\overrightarrow{\mathrm{CD}_1}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}_2}$ の値を求めると $\overrightarrow{\mathrm{CD}_1}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}_2}=\boxed{ヘ}$ である。

数　学［問題その２］

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

$\boxed{2}$　２つの関数 $f(x)=x^3+3x^2-24x$，$g(x)=x^3+(k-3)x^2-2(k+6)x+2(k-7)$（ただし，$k$ は定数）がある。座標平面上で，$y=f(x)$ と $y=g(x)$ のグラフが異なる２個の共有点をもつものとし，その共有点の x 座標を $x=\alpha$，β（ただし，$\alpha<\beta$）とする。このとき，次の (1)，(2) について，(1) は文中の $\boxed{}$ の中に入れるべき適当な数，式または不等号（ただし，不等号を入れる $\boxed{}$ は $\boxed{サ}$）を，(2) は解答の過程と答えを，それぞれ解答欄に記入せよ。

(1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ の式は $f'(x)=\boxed{ア}$ となるので，$f(x)$ は $x=\boxed{イ}$ のとき極大値 $\boxed{ウ}$ をとり，$x=\boxed{エ}$ のとき極小値 $\boxed{オ}$ をとる。また，定数 k のとりうる値の範囲は $\boxed{カ}<k<\boxed{キ}$ である。よって，k が整数のとき，k の値を求めると $k=\boxed{ク}$ であり，α，β の値は $\alpha=\boxed{ケ}$，$\beta=\boxed{コ}$ と求まる。さらに，$k=\boxed{ク}$ のとき，$\boxed{ケ}<x<\boxed{コ}$ の範囲で $f(x)$ と $g(x)$ の値の大小を比べると，$f(x)\boxed{サ}g(x)$ である。

(2) k が整数のとき，$y=f(x)$ と $y=g(x)$ のグラフで囲まれた部分の面積 S の値を求めよ。ただし，解答の過程に関して，(1)で求めた結果は そのまま用いてよい。

（ 以下の余白は計算用に使ってよい。）

数　学［解答用紙］

'21
ＩＡ

受験番号	

解答例

1

(1)	ア	2	イ	-2	ウ	-7	エ	18	オ	$x+y$	カ	44		
(2)	キ	1	ク	2	ケ	1	コ	1	サ	$-q$	シ	$-n-1$		
(3)	ス	$\frac{2\pi}{3}$	セ	2	ソ	-2	タ	$\frac{\pi}{12}$	チ	$-\frac{5\pi}{12}$				
(4)	ツ	$\frac{1}{2}t$	テ	$\frac{3}{2}t$	ト	$-t$	ナ	-1	ニ	2	ヌ	$\frac{1}{3}$	ネ	9
(5)	ノ	-4	ハ	-4	ヒ	5	フ	1	ヘ	0				

2

(1)	ア	$3(x^2+2x-8)$			イ	-4	ウ	80	エ	2	オ	-28
	カ	6	キ	8	ク	7	ケ	0	コ	2	サ	$>$

(2) 解答の過程

(1)で求めた結果から，k が整数のとき，$k=7$ なので，$g(x)=x^3+4x^2-26x$ である。よって，

$$f(x)-g(x)=-x^2+2x=-x(x-2)$$

となるので，$x<0$ 及び $x>2$ のとき $f(x)<g(x)$ であり，$0<x<2$ のとき $f(x)>g(x)$ である。
また，$x=0,\ 2$ のときだけ $f(x)=g(x)$ である。以上から，

$$S=\int_0^2\{f(x)-g(x)\}\,dx=\int_0^2(-x^2+2x)\,dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+x^2\right]_0^2=-\frac{8}{3}+4=\frac{4}{3}\quad\blacksquare$$

答　$S=\frac{4}{3}$