

数 学 [問 題 そ の 1]

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

1 次の文の の中に入れるべき適当な数または式を解答欄に記入せよ。

(1) $\angle B$ が直角である直角三角形 ABC において、2辺 AB, BC の長さを $AB = 3, BC = 6$ とし、 $\angle A$ の大きさを A とすると、 $\sin A, \cos A, \tan A$ の値は、それぞれ $\sin A =$, $\cos A =$, $\tan A =$ である。また、三角形 DEF において、3辺 DE, EF, FD の長さを $DE = 3, EF = 6, FD = 7$ とし、 $\angle E$ の大きさを E とすると、 $\cos E, \sin E$ の値は、それぞれ $\cos E =$, $\sin E =$ である。

(2) 赤玉2個、白玉3個の合計5個の玉が入っている袋がある。この袋から1個の玉を取り出すとき、その玉の色が赤である確率の値は であり、白である確率の値は である。いま、この袋から玉を1個取り出し、色を見てから袋に戻すとともに、その玉と同じ色の玉を1個だけその袋の中に加えるという手順を2回連続して行う。このとき、2回の手順が終わった時点で袋の中に入っている赤玉の個数が4個である確率の値は である。また、2回目の手順で取り出される玉の色について、赤である確率の値は であり、白である確率の値は である。

(3) 座標平面上に、点 $A(-1, -2)$ と直線 $l: y = 2x + k$ (ただし、 k は 0 でない定数) がある。また、直線 l 上の点 $P(p, q)$ は第4象限の点とする。このとき、直線 AP の傾きは p, q を用いて と表されるので、直線 AP と直線 l が垂直であるとき、 p, q の間には関係式 = 0 が成り立つ。さらに、点 A と直線 l の距離が $\sqrt{5}$ に等しいとき、 k, p, q の値を求めると、それぞれ $k =$, $p =$, $q =$ である。

(4) $a = 4^3, b = 4^5$ のとき、 $ab = 4^p, \frac{a}{b} = 4^q$ を満たす定数 p, q の値は $p =$, $q =$ である。また、 $\log_4 ab, \log_2 \frac{a}{b}, \log_2 a^5$ の値を求めると、それぞれ $\log_4 ab =$, $\log_2 \frac{a}{b} =$, $\log_2 a^5 =$ である。

(5) 数列 $1, 2, 4, 9, 19, 36, 62, \dots$ を $\{a_n\}$ とし、数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ 、数列 $\{b_n\}$ の階差数列を $\{c_n\}$ とする。このとき、数列 $\{c_n\}$ は等差数列であり、その初項 c_1 と公差 d の値は $c_1 =$, $d =$ である。よって、数列 $\{c_n\}$ の一般項 c_n は n を用いて $c_n =$ と表される。ゆえに、数列 $\{b_n\}, \{a_n\}$ の一般項 b_n, a_n をそれぞれ n の2次式、3次式を用いて表すと、 $b_n =$, $a_n =$ (ただし、, は n について降べきの順に整理した式) と表される。

数 学 [問 題 そ の 2]

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

2 O を原点とする座標空間内に、2点 $A(3, 2, 1)$, $B(2, 0, -2)$ がある。このとき、次の (1), (2) について、(1) は文中の の中に入れるべき適当な数または式を、(2) は解答の過程と答えを、それぞれ解答欄に記入せよ。

(1) ベクトル \overrightarrow{AB} の成分表示は $\overrightarrow{AB} = (\text{ア}, \text{イ}, \text{ウ})$ であり、 $|\overrightarrow{AB}|$ の値は $|\overrightarrow{AB}| = \text{エ}$ である。また、内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB}$ の値は $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB} = \text{オ}$ である。いま、 $0 < t < 1$ を満たす定数 t に対して、線分 AB を $t:(1-t)$ に内分する点を C とすると、 \overrightarrow{OC} は $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + (\text{カ})\overrightarrow{AB}$ (ただし、 カ は t の式) と表される。したがって、 \overrightarrow{OC} と \overrightarrow{AB} が垂直になるときの t の値は $t = \text{キ}$ であり、そのときの点 C の座標を求めると、 $C(\text{ク}, \text{ケ}, \text{コ})$ である。ゆえに、 $\triangle OAB$ の面積 S の値は $S = \text{サ}$ である。

(2) 座標空間内の点 $H(a, b, c)$ (ただし、 $a > 0$) について、 \overrightarrow{OH} が 2 つのベクトル \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} の両方に垂直であり、かつ $|\overrightarrow{OH}| = \sqrt{6}$ が成り立つとき、定数 a, b, c の値を求めよ。

(以下の余白は計算用に使ってよい。)

数 学 [解 答 用 紙]

'21
I B

受 験 番 号	
------------	--

解 答 例

1

(1)	ア	$\frac{2\sqrt{5}}{5}$	イ	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	ウ	2	エ	$-\frac{1}{9}$	オ	$\frac{4\sqrt{5}}{9}$
-----	---	-----------------------	---	----------------------	---	---	---	----------------	---	-----------------------

(2)	カ	$\frac{2}{5}$	キ	$\frac{3}{5}$	ク	$\frac{1}{5}$	ケ	$\frac{2}{5}$	コ	$\frac{3}{5}$
-----	---	---------------	---	---------------	---	---------------	---	---------------	---	---------------

(3)	サ	$\frac{q+2}{p+1}$	シ	$p+2q+5$	ス	-5	セ	1	ソ	-3
-----	---	-------------------	---	----------	---	----	---	---	---	----

(4)	タ	8	チ	-2	ツ	8	テ	-4	ト	30
-----	---	---	---	----	---	---	---	----	---	----

(5)	ナ	1	ニ	2	ヌ	$2n-1$	ネ	n^2-2n+2	ノ	$\frac{1}{3}n^3 - \frac{3}{2}n^2 + \frac{19}{6}n - 1$
-----	---	---	---	---	---	--------	---	------------	---	---

2

(1)	ア	-1	イ	-2	ウ	-3	エ	$\sqrt{14}$	オ	-10		
	カ	t	キ	$\frac{5}{7}$	ク	$\frac{16}{7}$	ケ	$\frac{4}{7}$	コ	$-\frac{8}{7}$	サ	$2\sqrt{6}$

解 答 の 過 程	<p> \vec{OA}, \vec{OB} の両方に垂直であることから, $\vec{OA} \cdot \vec{OH} = 0, \vec{OB} \cdot \vec{OH} = 0$ となるので, $(3, 2, 1) \cdot (a, b, c) = 3a + 2b + c = 0 \dots\dots ①, (2, 0, -2) \cdot (a, b, c) = 2a - 2c = 0 \dots\dots ②$ となる。 また, $\vec{OH} = \sqrt{6}$ より, $a^2 + b^2 + c^2 = 6 \dots\dots ③$ となる。②より $a = c$ を①に代入すると, $3a + 2b + a = 0$ $\Leftrightarrow b = -2a$ となり, ③に代入すると, $a^2 + 4a^2 + a^2 = 6 \Leftrightarrow a = \pm 1$ となる。ここで, 条件より, $a > 0$ となる ので, $a = 1$ と求まる。このとき, $b = -2a, a = c$ より, $b = -2, c = 1$ となる。 ■ </p>				
(2)	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 5%;">答</td> <td style="width: 25%;">$a = 1$</td> <td style="width: 25%;">$b = -2$</td> <td style="width: 25%;">$c = 1$</td> </tr> </table>	答	$a = 1$	$b = -2$	$c = 1$
答	$a = 1$	$b = -2$	$c = 1$		