数　学［問題その１］

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

1　次の文の $\boxed{}$ の中に入れるべき適当な数または式を解答欄に記入せよ。

(1)　3辺の長さが $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$ であるような △ABC において, $a=4$, $(b+c)^2=36$, $b \geqq c$ が成り立つとする。$bc=x$ とおくと, b^2+c^2 は x を用いて $b^2+c^2=\boxed{ア}$ と表される。∠CAB の大きさを A とすると, 余弦定理により $\cos A$ は x を用いて $\cos A=\boxed{イ}$ と表される。さらに, △ABC の面積が $\sqrt{15}$ であるとする。このとき, $\sin A$ が x を用いて $\sin A=\boxed{ウ}$ と表されることから, 関係式 $\sin^2 A+\cos^2 A=1$ を利用して x の値を求めると, $x=\boxed{エ}$ である。ゆえに, $bc=\boxed{エ}$ となるので, b, c の値を求めると $b=\boxed{オ}$, $c=\boxed{カ}$ である。

(2)　5個の数字 1, 1, 2, 2, 3 を1列に並べてできる5桁(けた)の整数の個数は全部で $\boxed{キ}$ 個である。そのうちで, 次の（ⅰ）～（ⅳ）の整数の個数を求めることができる。

（ⅰ）　奇数の個数は $\boxed{ク}$ 個である。

（ⅱ）　2つの数字 1 が隣り合っている整数の個数は $\boxed{ケ}$ 個である。

（ⅲ）　2つの数字 1 が隣り合っていない整数の個数は $\boxed{コ}$ 個である。

（ⅳ）　2つの数字 1 が隣り合っていて, かつ2つの数字 2 が隣り合っていない整数の個数は $\boxed{サ}$ 個である。

(3)　$\alpha=\sqrt{-8}$, $\beta=\sqrt{-18}$ とするとき, 5つの数 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$, $\dfrac{\beta}{\alpha}$, $\dfrac{\beta}{\sqrt{50}}$, $\dfrac{\beta}{\alpha+\sqrt{50}}$ を計算して簡単な形（ただし, 計算して虚数になるときは, 虚数単位 i を用いた形）で表すと, それぞれ $\alpha+\beta=\boxed{シ}$, $\alpha\beta=\boxed{ス}$, $\dfrac{\beta}{\alpha}=\boxed{セ}$, $\dfrac{\beta}{\sqrt{50}}=\boxed{ソ}$, $\dfrac{\beta}{\alpha+\sqrt{50}}=\boxed{タ}$ である。

(4)　x の関数 $f(x)=\displaystyle\int_0^x (3t^2-2t-1)\,dt$ の導関数 $f'(x)$ の式は $f'(x)=\boxed{チ}$ であり, $f(x)$ は $x=\boxed{ツ}$ のとき極大値 $\boxed{テ}$ をとる。また, $f(x)$ の $-1 \leqq x \leqq 2$ における最大値を M, 最小値を m とすると, M, m の値は $M=\boxed{ト}$, $m=\boxed{ナ}$ である。一方, 座標平面上で, 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ における接線の方程式を求めると $y=\boxed{ニ}$ である。

(5)　k を正の定数とする。△OAB において, ∠AOB の大きさが 30° であり, 2辺 OA, OB の長さが $OA=k$, $OB=1$ であるとする。このとき, $|\overrightarrow{OA}|^2$, $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ は k を用いて $|\overrightarrow{OA}|^2=\boxed{ヌ}$, $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\boxed{ネ}$ と表される。したがって, $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}$, $|\overrightarrow{AB}|^2$ は k を用いて $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}=\boxed{ノ}$, $|\overrightarrow{AB}|^2=\boxed{ハ}$ と表される。いま, $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{AB}$ のなす角を θ（ただし, $0° \leqq \theta \leqq 180°$）とする。とくに, $k=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ であるとき, $|\overrightarrow{AB}|$ の値は $|\overrightarrow{AB}|=\boxed{ヒ}$ となるので, $\cos\theta$ の値を求めると $\cos\theta=\boxed{フ}$ である。

数　学 ［問題その２］

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

$\boxed{2}$ a, b, c, d を定数とするとき，x についての 4 つの整式 A, B, C, D は，$A = 4x^3 + 4x^2 + 2x + 1$, $B = 2x + 1$, $C = 4x^3 + ax^2 + 2x + 1$, $D = 2x^2 + bx + 2$ であるとする。また，C を D で割ったときの商を E, 余りを $cx + d$ とする。このとき，次の (1), (2) について，(1) は文中の $\boxed{}$ の中に入れるべき適当な数または式を，(2) は解答の過程と答えを，それぞれ解答欄に記入せよ。

(1) A を B で割ったときの商を F, 余りを e とすると，整式 F は $F = \boxed{\text{ア}}$ であり，定数 e の値は $e = \boxed{\text{イ}}$ である。いま，C を B で割ったときの余りが 2 ならば，定数 a の値は $a = \boxed{\text{ウ}}$ である。また，D を B で割ったときの余りが 0 ならば，定数 b の値は $b = \boxed{\text{エ}}$ である。一方，C を E で割ったときの商が D であり，余りが 0 であるとすると，定数 c, d の値は $c = \boxed{\text{オ}}$, $d = \boxed{\text{カ}}$ である。

(2) C を E で割ったときの商が D であり，余りが 0 であるとする。このとき，定数 a, b の値を求めよ。ただし，解答の過程に関して，(1)で求めた結果は そのまま用いてよい。

（ 以下の余白は計算用に使ってよい。）

数　学［解答用紙］

'21
II

受験番号	

解答例

1

(1)	ア	$36-2x$	イ	$\dfrac{10-x}{x}$	ウ	$\dfrac{2\sqrt{15}}{x}$	エ	8	オ	4	カ	2

(2)	キ	30	ク	18	ケ	12	コ	18	サ	6

(3)	シ	$5\sqrt{2}\,i$	ス	-12	セ	$\dfrac{3}{2}$	ソ	$\dfrac{3}{5}i$	タ	$\dfrac{6}{29}+\dfrac{15}{29}i$

(4)	チ	$3x^2-2x-1$	ツ	$-\dfrac{1}{3}$	テ	$\dfrac{5}{27}$	ト	2	ナ	-1	ニ	-1

(5)	ヌ	k^2	ネ	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}k$	ノ	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}k-k^2$	ハ	$k^2-\sqrt{3}k+1$	ヒ	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	フ	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

2

(1)	ア	$2x^2+x+\dfrac{1}{2}$	イ	$\dfrac{1}{2}$	ウ	10	エ	5	オ	0	カ	0

(2) 解答の過程

(1) で求めた結果から，C を D で割ったときの余りが 0 となる。

右の計算から

$$\left\{-2-\frac{(a-2b)b}{2}\right\}x+1-(a-2b)=0$$

となり，$-2-\dfrac{(a-2b)b}{2}=0$ かつ $1-(a-2b)=0$,

すなわち，$\dfrac{(a-2b)b}{2}=-2$ ……① かつ $a-2b=1$ ……②

となる。

② を ① に代入すると，$\dfrac{b}{2}=-2$ となり $b=-4$ であり，

②から $a=2b+1=-8+1=-7$ である。■

$$\begin{array}{r|l}
 & 2x \qquad +\dfrac{a-2b}{2} \\
2x^2+bx+2 & 4x^3 \quad +ax^2 \quad +2x \quad +1 \\
 & 4x^3 \quad +2bx^2 \quad +4x \\ \hline
 & (a-2b)x^2 \quad -2x \quad +1 \\
 & (a-2b)x^2+\dfrac{(a-2b)b}{2}x+a-2b \\ \hline
 & \left\{-2-\dfrac{(a-2b)b}{2}\right\}x+1-(a-2b)
\end{array}$$

答	$a=-7$	$b=-4$