

## 数 学 [ 問 題 そ の 1 ]

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

1 次の文の  の中に入れるべき適当な数または式を解答欄に記入せよ。

(1)  $x$  の関数  $f(x) = ax + b$  が  $f(2) = 6$ ,  $f(4) = 2$  を満たすとき、定数  $a, b$  の値は  $a =$  ,  $b =$   である。このとき、点  $O$  を原点とする座標平面上で、直線  $y =$    $x +$   のグラフと  $x$  軸,  $y$  軸との交点をそれぞれ  $A, B$  とする。いま、線分  $AB$  上の点  $P(x, y)$  に対して、線分  $OP$  の長さは  $x$  を用いて  $OP = \sqrt{\text{ウ}}$  (ただし,  $0 \leq x \leq$  ) と表される。したがって、 $OP$  は  $x =$   のとき最小値  をとる。

(2) 1 から 5 までの異なる整数の番号が 1 つずつ書かれた 5 個の玉を入れた袋がある。この袋から玉を 1 個取り出し、その番号を調べてから玉を袋に戻すことを 2 回続けて行う。いま、1 回目に取り出される玉の番号の整数を  $x$  とし、2 回目に取り出される玉の番号の整数を  $y$  とするとき、 $x$  が奇数である確率の値は ,  $x$  と  $y$  がともに奇数である確率の値は ,  $x$  または  $y$  が奇数である確率の値は  である。また、 $xy$  が偶数である確率の値は  であり、 $x + y$  が偶数である確率の値は  である。

(3)  $x$  の方程式  $9 \cdot 9^x - 82 \cdot 3^x + 9 = 0 \dots\dots$  ① がある。ここで、 $3^x = t$  とおくと、 $9^x$  は  $t$  の式で  $9^x =$   と表されるので、① は  $t$  の 2 次方程式   $= 0 \dots\dots$  ② に変形できる。2 次方程式 ② の解は  $t =$  ,  (ただし,   $<$  ) であり、方程式 ① の解は  $x =$  ,  (ただし,   $<$  ) である。

(4) 数列  $\{a_n\}$  の第 2 項, 第 3 項の値がそれぞれ  $a_2 = 9$ ,  $a_3 = 27$  であるとする。このとき、数列  $\{a_n\}$  が等比数列ならば、公比  $r$  の値は  $r =$  , 初項  $a_1$  の値は  $a_1 =$   であり、一般項  $a_n$  は  $n$  を用いて  $a_n =$   と表される。一方、数列  $\{a_n\}$  が等差数列ならば、公差  $d$  の値は  $d =$  , 初項  $a_1$  の値は  $a_1 =$   であり、一般項  $a_n$  は  $n$  を用いて  $a_n =$   と表される。

## 数 学 [ 問 題 そ の 2 ]

解答はすべて解答用紙に記入せよ。

- 2 面積が 2 の正方形 OABC の内部に点 D をとり、正三角形 OAD をつくる。このとき、次の (1), (2) について、(1) は文中の  の中に入れるべき適当な数を、(2) は解答の過程と答えを、それぞれ解答欄に記入せよ。

(1)  $|\overrightarrow{OA}|^2$ ,  $|\overrightarrow{OB}|^2$ ,  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$  の値を求めると、 $|\overrightarrow{OA}|^2 = \text{ア}$ ,  $|\overrightarrow{OB}|^2 = \text{イ}$ ,  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \text{ウ}$  である。また、辺 OA の中点を M とするとき、 $\overrightarrow{MD} = k \overrightarrow{OC}$  を満たす定数  $k$  の値は  $k = \text{エ}$  である。したがって、 $\overrightarrow{OD} = p \overrightarrow{OA} + q \overrightarrow{OB}$  を満たす定数  $p, q$  の値を求めると、 $p = \text{オ}$ ,  $q = \text{カ}$  である。

(2) 内積  $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD}$  の値を求めよ。ただし、解答の過程に関して(1)で求めた結果はそのまま用いてよい。

-----  
( 以下の余白は計算用に使ってよい。 )

数 学 [ 解 答 用 紙 ]

解 答 例

1	(1)	ア	-2	イ	10	ウ	$5(x^2 - 8x + 20)$	エ	5	オ	4	カ	$2\sqrt{5}$
---	-----	---	----	---	----	---	--------------------	---	---	---	---	---	-------------

(2)	キ	$\frac{3}{5}$	ク	$\frac{9}{25}$	ケ	$\frac{21}{25}$	コ	$\frac{16}{25}$	サ	$\frac{13}{25}$
-----	---	---------------	---	----------------	---	-----------------	---	-----------------	---	-----------------

(3)	シ	$t^2$	ス	$9t^2 - 82t + 9$	セ	$\frac{1}{9}$	ソ	9	タ	-2	チ	2
-----	---	-------	---	------------------	---	---------------	---	---	---	----	---	---

(4)	ツ	3	テ	3	ト	$3^n$	ナ	18	ニ	-9	ヌ	$9(2n - 3)$
-----	---	---	---	---	---	-------	---	----	---	----	---	-------------

2	(1)	ア	2	イ	4	ウ	2	エ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	オ	$\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$	カ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
---	-----	---	---	---	---	---	---	---	----------------------	---	--------------------------	---	----------------------

解 答 の 過 程	<p>(1)で求めた結果から、<math> \overrightarrow{OB} ^2 = 4</math>, <math>\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 2</math>, <math>\overrightarrow{OD} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \overrightarrow{OA} + \frac{\sqrt{3}}{2} \overrightarrow{OB}</math> なので、</p> $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} \cdot \left( \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \overrightarrow{OA} + \frac{\sqrt{3}}{2} \overrightarrow{OB} \right) = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} + \frac{\sqrt{3}}{2}  \overrightarrow{OB} ^2 = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \cdot 2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4$ $= 1 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 1 + \sqrt{3} \quad \blacksquare$
	<p>(2)の過程</p>

答	$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = 1 + \sqrt{3}$
---	--